第9講　個数を数える

§1 集合の個数

要点整理 と 公式

要点1 集合の個数の表し方

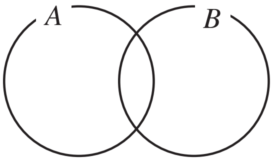
集合 A の要素の個数が有限のとき，その個数を＿＿＿＿で表す。

(ex) $A=\{3,\ 4\}$ のとき，$n(A)=$＿＿＿

空集合 $\varnothing$ に関しては $n(\varnothing)=$＿＿＿である。

要点2 和集合の要素の個数

2つの集合 A，B に関して，$n(A\cup B)$ を考える。



右図において，A と B の共通部分 $A\cap B$ が

A と B が重なっている部分であり，

$n(A)$ と $n(B)$ の合計から，$n(A\cap B)$ を引いたものである。

よって以下のことがいえる。

■ **和集合の要素の個数**

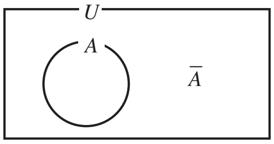
$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

とくに，$A\cap B=\varnothing$ のときは

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

要点３ 補集合の要素の個数



全体集合Uと，その部分集合Aについて，

次のことがいえる。

■ 補集合の要素の個数

$$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

100以下の自然数のうち，次のような数の個数を求めよ。

(1)　5 の倍数　　(2)　5 の倍数でない数

(3)　7 の倍数　　(4)　5 の倍数かつ 7 の倍数

(5)　5 の倍数または 7 の倍数　　(6)　5 の倍数であるが，7 の倍数でない数

Point Pickup

集合の要素の個数

$\Longrightarrow$　公式とベン図を利用して求める。

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$

「集合とみる」

ある条件を満たすものを 1 つの集合とみなし，集合の個数の表し方や公式を使って問題を解くことができる。

100以下の自然数のうち，4 の倍数の個数を求める。

100以下の自然数全体の集合をUとし，

Uの部分集合のうち4の倍数であるもの全体の集合をAとすると

$A=\{4,\ 8,\ \cdots\cdots,\ 100\}=\{4\cdot 1,\ 4\cdot 2,\ \cdots\cdots,\ 4\cdot 25\}$

よって，$n(A)=25$　より，求める個数は 25 個

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 場合の数の列挙と樹形図

要点整理 と 公式

要点4 起こりうる場合の列挙

a, a, b, b, c の 5 文字から 2 文字選んで並べる方法は何通りあるかを考える。

すべて列挙すると次のようになる。

よって，＿＿＿通りある。

あることが起こる「　　　　　」を数えるときは，

「　　　　　」「　　　　　」列挙しなければならない。

そのためには，樹形図をかく等の工夫をするとよい。

要点5 樹形図

「樹形図」… 起こりうる場合を枝分かれした図で表したもの。

a, a, b, b, c の 5 文字から 2 文字選んで並べる方法を，樹形図で表す。

今回の樹形図においては，まず最初にくる文字を「　　　　」し，

そのそれぞれにおいて，次の文字にどんな「　　　　」があるかをかいたものである。

最初の文字によって，次にくることができる文字の個数が変化していることに注意。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

⑴　大中小３つのさいころを同時に投げたとき，目の和が６になる場合は何通りあるか。

⑵　A，Bの２人がじゃんけんをし，どちらかが３回勝つまでじゃんけんを続けるとする。１回目にAが勝つとき，勝敗のパターンは何通りあるか。

Point Pickup

もれなく，重複なく

起こりうるすべての場合をかくとき，「もれなく」「重複なく」かくためには
工夫が必要となる。
代表的な工夫として，「　　　　　」「　　　　　　　　　　」「　　　　　　」
などがある。
また，あることがらを「記号」や「アルファベット」などで表すとよい。

コインを2枚投げたときの裏表のパターンをすべて書く。

表を＿＿＿，裏を＿＿＿と表すと

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 和の法則

要点整理 と 公式

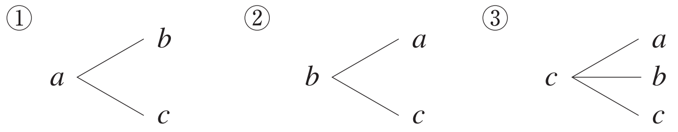
要点6 和の法則

a，b，c，cの４文字から２文字選んで並べるときの並べ方は以下。

①　ab，ac

②　ba，bc

③　ca，cb，cc



①～③より，７通りである。

ここで，２文字選んで並べるときに起こりうる場合は

「1 文字目が　　　」または「1 文字目が　　　」または「1 文字目が　　　」

である。

①は「1 文字目が　　　」の場合

②は「1 文字目が　　　」の場合

③は「1 文字目が　　　」の場合

よって，①，②，③で「すべての場合」であり，

①は２通り，②は２通り，③は３通りである。

また，１文字目が同時にaとb，bとc，cとaになることはない。

つまり，①と②，②と③，③と①は「　　　　　　　　　　　」。

したがって，求める場合の数は

$2+2+3=7$(通り）と求めることができる。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

一般に，次のことが成り立つ。

■ **和の法則**

２つの事象AとBは同時に起こらないとする。

Aの起こり方がa通り，Bの起こり方がb通りあるとき，

AまたはBが起こる場合の数は　$a+b$　通りである。

３つ以上の事象についても同様に成り立つ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

大小2つのさいころを投げるとき，目の和が次のようになる場合の数を求めよ。

(1)　4または5　　　　(2)　4の倍数

Point Pickup

和の法則を用いて場合の数を数える

⟹　ある事象が，「　　　　　　　　」2つの事象A，Bに分けられるとき，

事象Aがa通り，事象Bがb通り あるならば，

求める場合の数は＿＿＿＿通り。

3つ以上の事象に分けられるときも同様。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 積の法則

要点整理 と 公式

要点 7 積の法則

a, b, c, d の4文字から2文字を選んで並べるときの並べ方を樹形図で表す。

1文字目は a, b, c, d の4通りのいずれかであり,

　1文字目が a のときは3通り，1文字目が b のときは3通り,

　1文字目が c のときは3通り，1文字目が d のときは3通り,

全部で　$3+3+3+3=12$(通り)ある。

ここで，1文字目が a, b, c, d の4通りの「　　　　　　　　　　」，2文字目は「　　　　　」3通りであることから，全部で　$4\times3=12$(通り) ある，といえる。

一般に，次のことが成り立つ。

■ **積の法則**

事象Xの起こり方が x 通りあり,

そのいずれの場合についても事象Yの起こり方が y 通りあるとき,

事象XとYがともに起こる場合の数は　xy　通りである。

3つ以上の事象についても同様に成り立つ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　1 個のさいころを 2 回投げたとき，1 回目に偶数の目，2 回目に奇数の目が出る場合は何通りあるか。

(2)　432 の正の約数の個数を求めよ。

Point Pickup

和の法則か，積の法則か

⟹　基本的には，同時に起こらない複数の事象に分け，「　　　の法則」を使う。

ただし，分けるときに注目した部分が何であっても，

その他の部分の場合の数が変わらないときは，

「　　　の法則」を使うと便利である。

約数の個数

⇒　ある自然数 N が，$N=p^a q^b r^c$ ……と素因数分解されるとき，

N の正の約数の個数は，積の法則により

____________________ と表される。

72 の正の約数の個数を求める。

$72=2^{\square}\times 3^{\square}$ と素因数分解でき，72 の約数は $(2^3$の約数$)\times(3^2$の約数$)$で表される。

2^3 の約数は　1，$2^1=2$，$2^2=4$，$2^3=8$　の____個

3^2 の約数は　1，$3^1=3$，$3^2=9$　の____個

よって，72 の正の約数の個数は，積の法則により

__________（個）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第9講　確認テスト

1　50 以下の自然数のうち，3 の倍数の個数は［アイ］個，4 の倍数の個数は［ウエ］個，3 の倍数かつ 4 の倍数の個数は［オ］個である。よって，3 の倍数または 4 の倍数の個数は［カキ］個である。

2　大中小 3 つのさいころを同時に投げたとき，目の和が 5 になる場合は［ク］通りある。

3　大小 2 つのさいころを同時に投げたとき，目の和が 9 以上になる場合を考える。
出る目を（大きいさいころの目，小さいさいころの目）で表すと，

目の和が 9 になるとき (3,［ケ］)，(4, 5)，(［コ］, 4)，(6, 3) の 4 通りあり，

目の和が 10 になるときは［サ］通りある。

よって，目の和が 9 以上になるのは［シス］通りある。

4　大中小 3 つのさいころを同時に投げたとき，大きいさいころの目が 3 の倍数，他のさいころの目が偶数である場合は［セソ］通りある。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第9講　個数を数える

1

100以下の自然数全体の集合をUとし，Uの部分集合のうち，

5 の倍数であるもの全体の集合をA，7 の倍数であるもの全体の集合をBとすると，

$A=\{5\cdot 1,\ 5\cdot 2,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot 20\}$

$B=\{7\cdot 1,\ 7\cdot 2,\ \cdots\cdots,\ 7\cdot 14\}$

(1)　$n(A)=20$　より　20個

(2)　$n(\overline{A})=n(U)-n(A)=100-20=80$　より　80個

(3)　$n(B)=14$　より　14個

(4)　$A\cap B$は，5 と 7 の最小公倍数 35 の倍数全体の集合である。

$A\cap B=\{35,\ 70\}$　より　$n(A\cap B)=2$　　よって　2 個

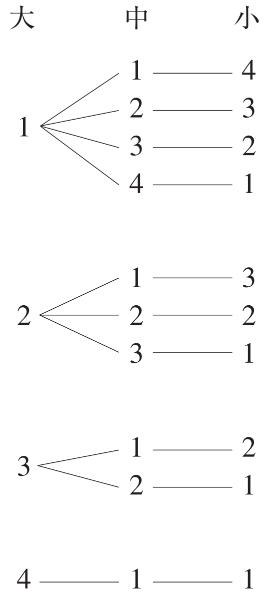
(5)　$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=20+14-2=32$　　よって　32 個

(6)　$n(A\cap\overline{B})=n(A)-n(A\cap B)=20-2=18$　　よって　18 個

2

(1)　目の和が 6 になるときの大，中，小 3 つのさいころの目の樹形図は右図。

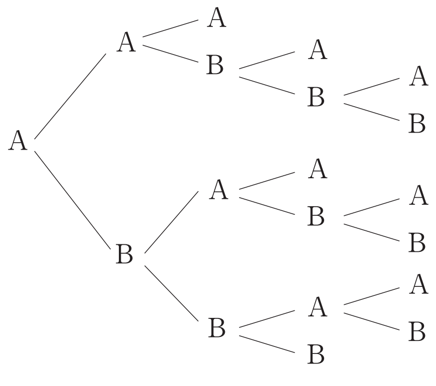
よって　10 通り



(2)　じゃんけんで勝った方をA，Bで表すと

1 回目にAが勝つときの樹形図は以下。

よって　10 通り



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

大小2つのさいころの目を(大きいさいころの目，小さいさいころの目)で表す。

(1)　和が4になるのは(1，3)，(2，2)，(3，1)の 3 通り

和が5になるのは(1，4)，(2，3)，(3，2)，(4，1)の 4 通り

これらは同時に起こらないので，求める場合の数は　$3+4=7$(通り)

(2)　和が 4 または 8 または 12 になる場合である。

和が 4 になるのは(1)より 3 通り

和が 8 になるのは(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2)の 5 通り

和が 12 になるのは(6，6)の 1 通り

これらは同時に起こらないので，求める場合の数は　$3+5+1=9$(通り)

4

(1)　1回目に偶数の目が出るのは，2，4，6 の 3 通り

そのどの場合においても，2 回目に奇数の目が出るのは 1，3，5 の 3 通り

よって，求める場合の数は　$3\times3=9$(通り)

(2)　$432=2^4\times3^3$　より，432 の正の約数の個数は　$5\times4=20$(個)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第9講　確認テスト

1　50 以下の自然数のうち，3 の倍数の個数は [アイ] 個，4 の倍数の個数は [ウエ] 個，3 の倍数かつ 4 の倍数の個数は [オ] 個である。よって，3 の倍数または 4 の倍数の個数は [カキ] 個である。

2　大中小 3 つのさいころを同時に投げたとき，目の和が 5 になる場合は [ク] 通りある。

3　大小 2 つのさいころを同時に投げたとき，目の和が 9 以上になる場合を考える。

出る目を　(大きいさいころの目，小さいさいころの目)　で表すと，

目の和が 9 になるとき (3, [ケ])，(4, 5)，([コ], 4)，(6, 3) の 4 通りあり，

目の和が 10 になるときは [サ] 通りある。

よって，目の和が 9 以上になるのは [シス] 通りある。

4　大中小 3 つのさいころを同時に投げたとき，大きいさいころの目が 3 の倍数，他のさいころの目が偶数である場合は [セソ] 通りある。

{ 解答 }

1	ア　1	イ　6	ウ　1	エ　2	オ　4	カ　2	キ　4
2	ク　6						
3	ケ　6	コ　5	サ　3	シ　1	ス　0		
4	セ　1	ソ　8					

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。